

均匀介质中线圈激发的涡流场分布

蹇兴亮

(南京农业大学 工学院, 南京 210031)

周克印, 姚恩涛, 徐 君

(南京航空航天大学 无损检测中心, 南京 210016)

摘要:以半无限大平板导体为例, 直接从麦克斯韦方程推导出涡流电流密度计算的积分公式。用 MATLAB 软件编程计算了空心线圈激发的涡流分布情况, 为检测系统的参数设置提供了依据。结果显示, 在一定的条件下, 即使在构件内部数十倍的集肤深度, 仍然有很强的涡流分布。

关键词:涡流检测; 集肤深度; 线圈; 涡流场

中图分类号: TG115.28

文献标识码: A

文章编号: 1000-6656(2006)11-0577-02

Eddy Current Field in Uniform Medium Produced by a Coil

JIAN Xing-liang

(College of Engineering, Nanjing Agricultural University, Nanjing 210031, China)

ZOU Ke-yin, YAO En-tao, XU Jun

(The Center of NDT, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Taking the example of a half-infinite conducting plane, a formula for computing eddy current density is derived directly from Maxwell's equation. By use of MATLAB, computing a distributing of eddy current which is inspired by a coil, that can be used as the parameter setup foundation. The results show that in depth of ten skin depth, the eddy current density is still high.

Keywords: Eddy current testing; Skin depth; Coil; Eddy field

传统的方法都是先引入矢量磁位, 然后利用有限元法进行仿真计算各种不同的线圈所激发的涡流的分布情况^[1~3], 计算工作量非常大。而笔者直接从麦克斯韦方程和毕奥-沙伐定律推导出具有普遍性的空心激励线圈在均匀平板导体内所产生的涡流分布计算公式, 可以用任意高效率的编程语言编程计算, 比用传统方法计算简单。笔者用 MATLAB 软件编程计算了涡流的分布, 在普通家用电脑上, 运行时间仅数十秒至数分钟。

1 模型和编程所用公式

涡流检测是基于交变电磁场与导电构件相互作用所产生的信号来检测构件的缺陷状态, 激励频率在数百千赫兹以内。设空心密绕激励线圈的等效半

径为 a , 长度为 L , 匝数为 N , 正弦交流激励电流有效值为 I , 频率为 f , 不考虑谐波分量。线圈轴线垂直于构件表面, 构件为非铁磁性的, 磁导率为 μ_0 , 电导率为 σ , 构件内涡流电流密度为 J 。选取坐标系的 z 轴沿线圈轴线且为构件表面外法线方向, xoy 是构件表面。提离值(线圈与构件表面的间隙)为 h 。

轴对称的线圈在空间产生的磁场也是轴对称的。当构件尺寸远大于探头的尺寸时, 对于无缺陷的情况, 涡流场是一个三维轴对称场。线圈在构件内任意一点产生的磁感应强度 B 可以分解为沿半径方向的分量 B_r 和沿 z 轴方向的分量 B_z 。 B_r 对涡流场的产生没有贡献, 因为若选任意一条半径为 R 的电流线为积分回路 c , 则根据麦克斯韦方程, 变化的磁场产生涡旋电场 E , 且有

$$\oint_c E \cdot dl = - \iint_s \frac{\partial B}{\partial t} \cdot dS$$

根据介质本构关系 $J = \sigma E$, 有

收稿日期: 2006-05-08

作者简介: 蹇兴亮(1965—), 男, 讲师, 从事电磁场理论和无损检测的教学与研究。

$$\oint_c \mathbf{J} \cdot d\mathbf{l} = \oint_c \sigma \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \iint_s \sigma \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} = - \int_0^R 2\pi r \sigma \frac{\partial B_z}{\partial t} dr$$

B_z 按正弦规律变化,不妨设 $B_z = B_{zm} \sin(2\pi ft)$,其对时间的导数仍按正弦规律变化,即 $\partial B_z / \partial t = 2\pi f B_{zm} \sin(2\pi ft + \pi/2)$,相位比 B_z 超前 $\pi/2$ 。若只计算有效值则为 $\partial B_z / \partial t = 2\pi f B_z$ 。代入上式中得到距 z 轴为 R 处的电流密度有效值大小的计算公式如下

$$J = \frac{1}{2\pi R} \int_0^R 2\pi r \sigma \frac{\partial B_z}{\partial t} dr = \frac{2\pi f \sigma}{R} \int_0^R r B_z dr \quad (1)$$

在计算线圈产生的 B_z 时,可把线圈看成是 N 个圆环电流组成,而每一个圆环电流又是由许多段电流微元组成,每段电流微元 Idl' 在距它为 $\mathbf{R}'$ 处的构件内产生的磁感应强度可根据毕奥-沙伐定律求出

$$d\mathbf{B}' = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl' \times \mathbf{R}'}{R'^3} \quad (2)$$

若电流微元 Idl' 所在点坐标为 (x'_c, y'_c, z'_c) ,则

$$\mathbf{R}' = (x - x'_c)\mathbf{e}_x + (y - y'_c)\mathbf{e}_y + (z - z'_c)\mathbf{e}_z$$

且 $d\mathbf{l}' = \mathbf{e}_x dx' + \mathbf{e}_y dy' + \mathbf{e}_z dz'$

由于只有 $d\mathbf{B}'$ 的 z 轴方向分量才对构件内涡流的形成有贡献,故只需计算 $d\mathbf{B}'$ 的 z 分量,即

$$dB'_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{(y - y'_c)dx' - (x - x'_c)dy'}{R'^3} \quad (3)$$

式中 (x, y, z) 是构件内任一点的坐标,由于轴对称,一般取 xoz 平面内的情况进行计算。即 $x = r, y = 0; x'_c = a \cos \theta, y'_c = a \sin \theta, dx' = -a \sin \theta d\theta, dy' = a \cos \theta d\theta$ 。式(3)化为

$$dB'_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{(a^2 - a \cos \theta) d\theta}{[(r^2 - 2a \cos \theta + a^2) + (z - z')^2]^{3/2}} \quad (4)$$

对式(4)中 θ 从 0 到 2π 积分,得到一个中心位于 z' 的圆环电流产生的磁场 B'_z 。对于 N 匝线圈来说, z' 从 h 变化到 $h + L$,令 $q = (z' - h)/L, q$ 从 0 变化到 1, dq 所对应的圆环电流为 $NIdq$,则式(1)中的 B_z 应该为

$$B_z = \frac{\mu_0 IN}{4\pi} \int_0^1 \left(\int_0^{2\pi} A_1 d\theta \right) dq$$

式中

$$A_1 = \frac{a^2 - a \cos \theta}{\{(r^2 + a^2 - 2a \cos \theta) + [z - (h + qL)]^2\}^{3/2}} \quad (5)$$

代入式(1)得到构件中深度为 $-z$ (表面下, z 取负

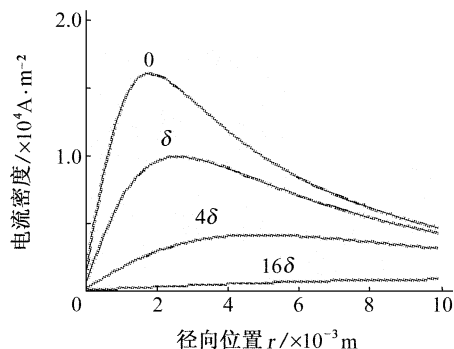
值),距 z 轴为 R 处的电流密度为

$$J = \frac{\mu_0 NI f \sigma}{2R} \int_0^R \left[r \int_0^1 \left(\int_0^{2\pi} A_1 d\theta \right) dq \right] dr \quad (6)$$

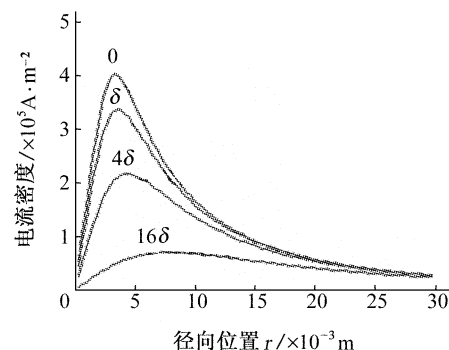
由于该积分表达式无法用解析法求出,只能用数值积分法求解。借助计算机,用任意编程语言都可以,注意 $R=0$ 的点不要编程计算,在该点 $J=0$ 。

2 计算实例

MATLAB 以它强大的科学计算与可视化功能成为当今最流行的软件之一,笔者用它编写程序计算了均匀的厚铝板中涡流的分布情况。试验中线圈匝数为 1 000,提离 $h=1$ mm,长度 $L=10$ mm。电导率 $\sigma = 3.82 \times 10^{-7} \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$,集肤深度 $\delta = 1/\sqrt{\pi f \mu \sigma} = (0.081/\sqrt{f}) \text{ m}$ (f 为频率, μ 为待测件的磁导率),深度方向取 $0, \delta, 4\delta$ 和 16δ ,半径方向取到 $R=10a$ (a 为线圈半径)。当线圈中电流 $I=1$ mA,改变线圈尺寸和频率得到图 1 所示涡流场分布。



(a) $a=1.0$ mm, $f=10$ kHz 和 $\delta=0.81$ mm 时的涡流场分布



(b) $a=3.0$ mm, $f=40$ kHz 和 $\delta=0.41$ mm 时的涡流场分布

图 1 线圈尺寸和频率改变时的涡流场分布

3 结论

(1) 激励线圈在导体中某一深度处产生的涡流 (下转第 581 页)

式中 b_0 ——晶体宽度

L ——晶体长度

于是可得来自 dv 进入 l 分度第 j 个探测器的理想单色 X 光子的一次散射光子数为

$$I_j(\theta) = \int I_{ji} dv \quad (10)$$

$$I_j(\theta) = \int_{\phi_1}^{\phi_2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{I_0 n_e \Delta h^2 \eta}{4\pi r^2 \sin(\varphi - \phi)} e^{-n_e \delta_c(E) d_0} e^{-n_e \delta_c(E) d_1} \cdot \left\{ \int_{\psi_1}^{\psi_2} P(E, \theta) \sin \psi d\psi + \int_{\psi_2}^{\psi_3} P(E, \theta) \sin \psi d\psi + \int_{\psi_3}^{\psi_4} P(E, \theta) \sin \psi d\psi \right\} dr d\phi dt \quad (11)$$

式中 $\theta = \psi + \varphi - \phi$ 。对于连续谱 X 射线,整个工件所有 $S(r, \phi)$ 处 dv 散射在 l 分度第 j 个探测器的一次散射光子数应表示为

$$I'_j(\theta) = \int_{E_1}^{E_2} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{n_e \Delta h^2 \eta}{4\pi r^2 \sin(\varphi - \phi)} \cdot I_0(E) e^{-n_e \delta_c(E) d_0} e^{-n_e \delta_c(E) d_1} \cdot \left\{ \int_{\psi_1}^{\psi_2} P(E, \theta) \sin \psi d\psi + \int_{\psi_2}^{\psi_3} P(E, \theta) \sin \psi d\psi + \int_{\psi_3}^{\psi_4} P(E, \theta) \sin \psi d\psi \right\} dr d\phi dE dt \quad (12)$$

上式即为第 j 个探测器探测到的所有经过工件的连续谱 X 射线一次散射光子数的数学表达式。

2 结论

第 j 个探头的总计数减去式(12)的一次散射光子数,即可有效去除散射光子造成的伪影。

入射强度随能量的分布函数 $I_0(E)$ 与 E 的关系随 X 射线管电压不同而变化,需要通过试验测定。 $I_0(E)$ 与 E 的关系可参考相关文献[7,8],对此,笔者将做进一步的研究。

散射修正式(12)须配备专用软件。欲得到 M

$\times N$ 个像素,须做 $M \times N$ 次校正。希望上述研究对提高图像质量有一定帮助。

参考文献:

- [1] 杨学恒,苏显素,赵 炬. γ 射线 ICT 中的能谱硬化和散射修正[J]. CT 理论与应用研究,1995,4(8):35.
- [2] Cao ZJ, Fery EC, Tsui BMW. A scatter model parallel and converging beam SPECT based on the Klein-Nishina formula[J]. IEEE Transaction on Nuclear Science,1994,41(4):1594-1599.
- [3] Leiliveld CJ, Maas JG, Eijk CWE van, et al. On the significance of scattered radiation in industrial X-ray computerized tomographic imaging[J]. IEEE Transaction on Nuclear Science,1994,41(1):290-294.
- [4] Liao Changgeng, Yuan Junqian, He Haiyan, et al. Studied on theory and application of nondestructive inspection using compton scattering[J]. Kexue Tongbao,1987,32(8):517.
- [5] Lopes RT, Valente CM, De Jesus EFO, et al. Detection of paraffin deposition inside a draining tubulation by the compton scattering technique[J]. Appl Radiat Isot,1997,48(10-12):1443-1450.
- [6] Guy MJ, Castellano-Smith IA, Flower MA, et al. Detect-dual energy transmission estimation CT-for improved attenuation correction in SPECT and PET[J]. IEEE Transaction on Nuclear Science,1998,45(3):1261-1265.
- [7] Rogerio Ferreira de Paiva, John Lynch, Elisabeth Rosenberg, et al. A beam hardening correction for X-ray microtomography[J]. NDT & International,1998,31(1):17-22.
- [8] Hanke R, Bobel F. Determination of material flaw size by intensity evaluation of polychromatic X-ray transmission[J]. NDT & E International,1992,25(2):87.

(上接第 578 页)

流,随半径变化存在一个极大值位置。在近表面处,极大值出现在(1~2)倍的线圈半径的地方,并非在线圈的轴线上。越深的地方,极大值出现的位置越远离轴线。由此可知,涡流检测中,缺陷位于线圈轴线上时并不能得到最大的信号输出。

(2) 导体内涡流的实际渗透深度不仅与频率和介质有关,还与线圈的形状有关。通常所定义的集肤深度(标准渗透深度) δ ,是根据平面电磁波垂直入射到导体中时计算得到的,导体附近的线圈产生的电磁场在导体中的衰减较慢。在频率 > 10 kHz 时,

对于常用结构线圈,即使在构件内深度达 10δ ,其电流密度仍能超过表面电流密度的 10%。

参考文献:

- [1] 周克定. 工程电磁场数值计算理论方法及应用[M]. 北京:高等教育出版社,1994.
- [2] 蒋齐密,张新访,刘土光,等. 电涡流检测系统中的电磁场仿真[J]. 计算机仿真,2000,17(5):36-39.
- [3] 陈德智,唐 磊,盛剑霓,等. 无限大均匀平板导体中的涡流场并矢格林函数[J]. 华中理工大学学报,2000,28(2):36-39.