

基于线阵列探测器的多角度平行投影 数据及其图像重建算法

朱溢佞,赵云松,赵 星

(首都师范大学 检测成像北京高等学校工程研究中心,北京 100048)

摘要:针对工业断层 CT 进行三维结构成像的应用需求,提出了由多角度的平行投影数据重建三维 CT 图像的 TV-ART 迭代算法的新实现方法,其中将 Chambolle 方法推广至三维情形并用于求解 CT 图像全变差(TV)最小。使用该方法进行 TV 求解的重建图像的质量优于基于最速下降法或共轭梯度法的 TV-ART 迭代算法。此外,该方法具有高度并行性,适合在 GPU, FPGA 等高速并行计算硬件上实现,从而可以大幅提高图像重建速度。在扫描时间相同的情况下,该方法重建的三维 CT 图像质量优于已有方法,特别是显著提高了 CT 图像的轴向分辨率。

关键词:工业断层 CT;三维 CT 图像;多角度平行投影;全变差-代数重建算法;Chambolle 方法

中图分类号: TG115.28 文献标志码:A 文章编号:1000-6656(2012)07-0011-06

A 3D CT Image Reconstruction Algorithm Based on ICT Using Line-Array Detector

ZHU Yi-Ning, ZHAO Yun-Song, ZHAO Xing

(Beijing Higher Institution Engineering Research Center of Computerized Tomography,

Capital Normal University, Beijing 100048, China)

Abstract: In order to reconstruct 3D CT image from a set of parallel fan-beam projection data acquired at multiangles by industrial computed tomography(ICT) with line-array detector, a novel method for realizing the TV-ART algorithm was proposed. In this method, we adapted the Chambolle's method and extended it to 3D condition for solving the Total Variation Minimum(TVM) of the 3D CT image, resulting in better image quality than the TV-ART using the steepest descent method or the conjugate gradient method. Meanwhile, this method was suited to implement in GPU or FPGA which was highly parallel so as to increase the calculate speed of reconstruction. The quality of 3D CT image reconstructed by our method was superior to existing methods, especial in the axial resolution.

Keywords: Industrial computed tomography; 3D CT image; Multi-view parallel fan-beam projection; TV-ART; Chambolle's method

目前高能 X 射线面阵列探测器技术尚不够成熟,因此基于线阵列探测器的工业断层 CT 仍是工业无损检测的主流设备。断层 CT 通常只对被测物体的若干断层进行抽样成像,但对于逆向工程、三维缺陷检测等应用,则需要对被测物体的一部分或整

体进行三维成像。利用断层 CT 对被测物体进行三维结构成像是 CT 成像的难题之一。

通常的逐层扫描或螺旋轨迹扫描^[1]方法不仅扫描时间长,所重建的三维 CT 图像的轴向分辨率也较低。对转台转动控制和对探测器采样控制的微小误差,还会导致所重建的各断层图像发生相对旋转误差。一种新的成像方法,是利用多角度的二维平行扇束投影数据进行三维结构成像。

如果将多角度的二维平行扇束投影数据,按逐层进行图像重建,则“由多角度的二维平行扇束投影

收稿日期:2011-07-19

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60971131);北京市自然科学基金资助项目(2011 重点 B 类);北京市人才强教计划资助项目

作者简介:朱溢佞(1984—),男,博士研究生,从事检测成像、CT 理论与应用方面的研究。

数据重建三维 CT 图像的问题”变成一系列“由多角度的扇束投影数据重建断层 CT 图像的问题”。通常由多角度的扇束投影数据重建断层 CT 图像的问题在数学上是欠定的,但文献[2,7,9]等分别从数值或理论上证明:当被重建的图像具有一定性质(如高频稀疏,或为分片常数,或分片多项式)时,以 CT 图像的全变差(TV)或高阶变差最小作为目标函数、以多角度的扇束投影数据作为约束条件(以下简称 TV-ART 方法),通过迭代法可重建出质量显著好于滤波反投影(FBP)或反投影滤波(BPF)算法重建的 CT 图像。其中,在求解 CT 图像 TV 最小时,上述文献均采用最速下降法或共轭梯度法。而这两种方法都不便于并行计算。文章引入 ROF 模型^[3]的三维形式作为目标函数,并给出了这种形式下的基于 Chambolle 方法^[4]的 CT 图像 TV 最小解法。文章提出的方法可直接由“多角度的二维平行扇束投影数据”重建出三维 CT 图像。与求解 CT 图像 TV 最小的最速下降法、共轭梯度法等相比,该方法迭代格式具有高度的并行性,适合在 GPU、FPGA 等高速并行的计算硬件上实现^[5]。其次,采用该方法进行三维 CT 图像重建时,不需要假定“旋转轴与射线扇束面垂直”,即可以放宽对 CT 扫描系统几何对准关系的要求。

由于多数 X 射线工业 CT 成像对象由一种或数种材料构成,且断层图像满足高频稀疏的条件。因此,该方法可以对相当一类工业 CT 检测对象,利用断层 CT 进行三维结构成像。由一系列模拟和真实的 CT 扫描数据,重建三维 CT 图像的试验结果表明:① 在扫描时间相同甚至有所缩短的情况下,该方法重建的三维 CT 图像质量优于由逐层扫描或螺旋扫描数据利用 FBP 重建的三维 CT 图像,特别是显著改善了 CT 图像的轴向分辨率。② 该方法具有高度的并行性,适合借助 GPU 等并行计算硬件加速,重建图像的质量也明显优于基于最速下降法或共轭梯度法等的 TV-ART 方法。

1 多角度的平行扇束扫描模式

如图 1 所示,多角度的平行扇束扫描模式如下:

(1) 在某角度下,转台静止,射线源焦点与线阵列探测器沿 z 轴方向匀速移动,期间探测器按一定积分时间对物体进行连续扫描,从而得到一组投影数据。由于每一投影数据相应的射线源焦点与线阵列探测器所构成的扇形射线束(简称扇束)是相互平

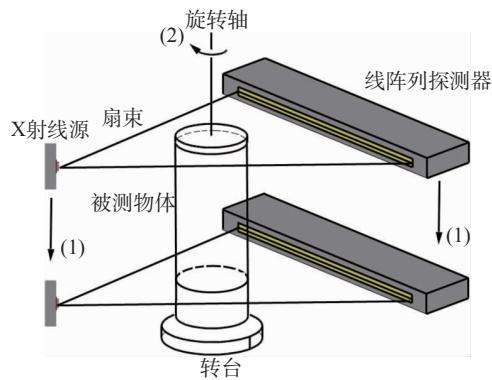


图 1 多角度平行扇束扫描示意图

行的,因此简称该组投影为“平行扇束投影数据”。

(2) 将转台转动一定角度,并重复步骤(1)。

由于在 $0^\circ \sim 180^\circ$ 范围内,只采集大约 $60 \sim 80$ 个角度的“平行扇束投影数据”,远少于通常 FBP 或 BPF 图像重建所需要的投影数据,所以称该数据为“多角度的平行扇束投影数据”

需要指出的是,传统的断层 CT 扫描要求“旋转轴垂直于射线源和探测器所构成的扇束面”,而文章所使用的方法并不需要这个前提条件,只要通过间接方法估计出扫描系统的几何参数,重建时用于计算投影地址即可^[6]。因此,当旋转轴与射线源和探测器所构成的扇束面不垂直时,该方法仍然有效。

2 算法原理(TV-ART 算法)

以一个长度为 $M \times N \times N$ 的向量 $f = (f_1, \dots, f_{M \times N \times N})^T$ 表示待重建的三维图像,此图像共有 M 层,每层有 $N \times N$ 个体素。设共有 K 个角度的二维的投影,不妨设投影的数据大小为 $N \times M$,其中 N 表示线阵列探测器单元的个数, M 表示每个角度下数据采集的行数,那么以长度为 $K \times N \times M$ 的向量 $p = (p_1, \dots, p_{K \times N \times M})^T$ 表示投影数据。由投影数据重建 CT 图像的问题,可以归结为如下的方程组:

$$p = Af \quad (1)$$

式中 $A = (a_{i,j})$ 是几何投影矩阵,表示第 j 个体素即 f_j ,与第 i 条射线相交的长度。

对于方程(1)的求解,常用的一种迭代方法是 ART 算法,但是在角度较少的情况下,该方程通常是欠定的。

Sidky 等人^[2]将 CT 图像的重建问题归结为在方程(1)的约束下,求解待重建图像总变差最小的优化问题,即:

$$\min_{p=Af} \|f\|_{TV} \quad (2)$$

将这种算法称之为 TV-ART 算法,其流程图如图 2 所示。

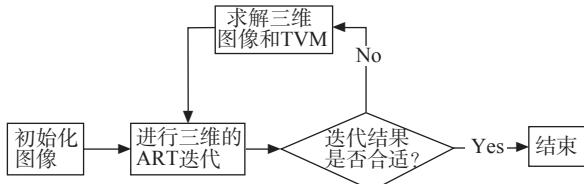


图 2 TV-ART 算法流程

许多研究者进行了相关的工作^[7-8],但是大都着眼于 TV 模型的研究,而对于 TV 求解的方法,大都使用常规的最速下降法,而邹晶等人研究了 TV 求解方法的收敛速度问题,提出了多分辨结合共轭梯度法的方法用于 TV-ART 的重建^[9],加快了 TV 求解的速度。但是这两种方法的关键步骤,即寻找前进方向和确定前进步长,均是一个串行的计算过程,无法在现有的高速并行计算设备上实现,因此需要寻找一个高并行度的求解 TV 的方法。

3 实现方法

3.1 ROF 模型与 Chambolle 方法

为此,在算法中加入了 ROF 模型,作为 TV 最优化问题的目标函数。ROF 模型是由 Rudin, Osher, Fatemi 等所提出的一种 TV 正则化模型^[3],在计算机视觉领域中,常被当作一种滤波方法,用于图像去噪、缩放等。在此将其作为迭代过程中的 TV 最小化目标。

由于重建图像是三维的,因此使用该模式的三维情况。设最优化的解为三维图像向量 \mathbf{u} ,其长度为 $N \times N \times N$ 。 $u_{i,j,k}$ 是它的一个像素,定义其导数向量为:

$$(\nabla \mathbf{u})_{i,j,k} = ((\nabla u)_{i,j,k}^1, (\nabla u)_{i,j,k}^2, (\nabla u)_{i,j,k}^3)$$

$$\text{式中 } (\nabla u)_{i,j,k}^1 = \begin{cases} u_{i+1,j,k} - u_{i,j,k} & i \leq N \\ 0 & i = N \end{cases}$$

$$(\nabla u)_{i,j,k}^2 = \begin{cases} u_{i,j+1,k} - u_{i,j,k} & j \leq N \\ 0 & j = N \end{cases}$$

$$(\nabla u)_{i,j,k}^3 = \begin{cases} u_{i,j,k+1} - u_{i,j,k} & k \leq N \\ 0 & k = N \end{cases}$$

则 ROF 模型的三维形式为:

$$\min_{\mathbf{u}} \left[\frac{\|\mathbf{u} - \mathbf{f}\|^2}{2\lambda} + J(\mathbf{u}) \right] \quad (3)$$

式中 $J(\mathbf{u}) = \sum_{1 \leq i,j,k \leq N} |(\nabla \mathbf{u})_{i,j,k}|$, 而 $|y| = \sqrt{y_1^2 + y_2^2 + y_3^2}$, $y = (y_1, y_2, y_3)$ 。

上式中 \mathbf{f} 表示原始图像, $J(\mathbf{u})$ 即求解结果 \mathbf{u} 的

总变差。

对于式(3)中的 $J(\mathbf{u})$,写出其在连续情况下的表达式,即:

$$J(\mathbf{u}) = \sup \left\{ \int_{\Omega} u(x) \operatorname{div} \xi(x) dx : \xi \in C_c^1, |\xi(x)| \leq 1 \right\} \quad (4)$$

那么将(4)代入(3)后,其相关联的欧拉-拉格朗日方程为:

$$0 \in \mathbf{u} - \mathbf{f} + \lambda \frac{\partial J(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}}$$

$$\text{即: } \frac{(\mathbf{f} - \mathbf{u})}{\lambda} \in \frac{\partial J(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}}$$

对于这个方程的二维形式,Chambolle 在文献[6]中构造了一种对偶格式进行迭代求解,并给出了收敛性等相关证明。在此基础上,使用这种方法的三维格式,用以解决文章所面对的情况,即:

$$p_{i,j,k}^{(n+1)} = \frac{p_{i,j,k}^{(n)} + \tau (\nabla (\operatorname{div} \{ \mathbf{p}^{(n)} \} - \mathbf{f}/\lambda))_{i,j,k}}{1 + \tau |(\nabla (\operatorname{div} \{ \mathbf{p}^{(n)} \} - \mathbf{f}/\lambda))_{i,j,k}|} \quad (5)$$

$$u_{i,j,k}^{(n+1)} = (\mathbf{f} - \lambda \operatorname{div} \{ \mathbf{p}^{(n+1)} \})_{i,j,k} \quad (6)$$

式中 $u_{i,j,k}^{(n)}$ 为体素 (i,j,k) 经过第 n 次迭代后的结果; $\mathbf{p}^{(n)}$ 为与图像梯度相关的向量; \mathbf{f} 为原始图像; τ 为与收敛性相关的系数。通过实践验证,其需要满足的条件是 $\tau \leq 1/4$,而 λ 是与迭代步长相关的系数,文章所用的值为 0.01。

3.2 实现流程

由式(5)可以看出,Chambolle 方法是一种高度并行的迭代格式,因此十分适合在并行计算设备如 GPU 上实现^[10],因此相比于最速下降法和共轭梯度法,其求解 TV 的计算时间将大大减少。

以 GPU-CUDA 硬件架构为例,简述算法的实现。文章将三维格式的 Chambolle 方法的计算分解成模块化的过程,包括梯度计算、模计算、散度计算和数值更新几个部分,并按照如下步骤进行迭代:

(1) 初始化相关数据,包括待求图像、各点梯度向量、散度等。

(2) 计算散度图像的梯度值,即 $\nabla (\operatorname{div} \{ \mathbf{p}^{(n)} \} - \mathbf{f}/\lambda) = \nabla (\mathbf{u}^{(n)}/\lambda)$ 。

(3) 根据步骤(3)的结果,进行模计算,即 $\tau |(\nabla (\operatorname{div} \{ \mathbf{p}^{(n)} \} - \mathbf{f}/\lambda))| = \tau |(\nabla (\mathbf{u}^{(n)}/\lambda))|$ 。

(4) 根据步骤(2)和(3)的计算结果,使用式(5)计算,得到新的 $\mathbf{p}^{(n)}$ 。

(5) 计算 $\mathbf{p}^{(n+1)}$ 的散度,即:

$$\operatorname{div} \{ \mathbf{p}^{(n+1)} \}_{i,j,k} = (p_{i,j,k})_1^{(n+1)} - (p_{i-1,j,k})_1^{(n+1)} + (p_{i,j,k})_2^{(n+1)} - (p_{i,j-1,k})_2^{(n+1)} +$$

$(p_{i,j,k})_3^{(n+1)} - (p_{i,j,k-1})_3^{(n+1)}$
然后利用式(6)计算得到 $u^{(n+1)}$ 。
(6) 判断迭代停止条件,满足则停止,否则转入步骤(2),继续下一次迭代。

4 试验与分析

该节中,使用数值试验以及实际的 CT 数据对文章的方法进行验证,同时在这两个试验中,还对比了最速下降法与 Chambolle 方法求解 TV 的结果。

4.1 模拟 CT 数据试验

首先,使用文章提出的方法以及螺旋扇束的扫描方法对 FORBILD HEAD 模型进行数值试验,并对两种方法的成像结果进行分析,尤其是轴向分辨率和数据采集时间两个方面的对比。试验中,所用的模型的大小为 $512 \times 512 \times 512$,选取其在垂直方向上第 128 层至 383 层作为轴向的扫描区域,分别用两种方法进行扫描并重建,具体扫描参数见表 1,其中 R/D 表示成像放大比。

表 1 数值试验扫描参数

方法	R/D	扇束张角/°	二维投影行数	角度数	螺旋层数	采样次数
文章提出的方法	1.0	10.62	256	60	N/A	15 360
螺旋扇束	1.0	10.62	N/A	720	75	54 000

分别重建了两种方法所采集的模拟数据,其中对于螺旋扇束扫描模式,先通过插值获取某一断层上的投影数据,然后使用 FBP 算法进行重建。两者的重建大小均为 $512 \times 512 \times 256$,图 3 和 4 是两个轴向的断层重建结果,右侧是其局部放大。可以发现,文章所使用的扫描与重建方法,在轴向分辨率上远高于螺旋扇束扫描模式。

此外,还考虑两种方法的扫描时间。在实际的 CT 系统中,扫描时间由探测器的采样总时间所决定,因此,在采集参数相同的情况下,如积分时间、行合并数等,探测器采样次数与扫描总时间正相关。根据列表 1 所列的扫描参数,文章提出的方法的采样次数为 15 360,而螺旋扇束的采样次数为 54 000,因此,螺旋扇束的耗时大约为该方法的 3.5 倍左右。

4.2 Chambolle 方法与最速下降法对比

考察了 Chambolle 方法与最速下降法求解 TV 的对比。主要从两种方法与 ART 结合后的重建图像质量,以及计算速度两方面进行考虑。对上述试验中 FORBILD 模型的第 256 层进行两次重建,其



(a) 模型图

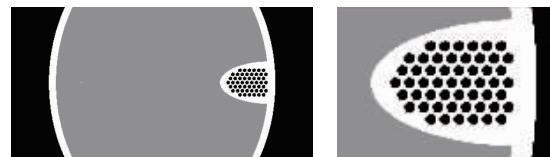


(b) 螺旋 FBP 方法

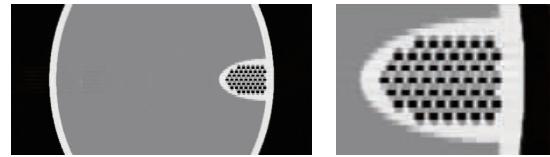


(c) 文章所提方法

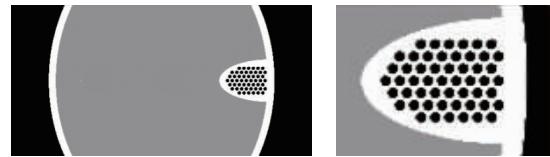
图 3 重建结果侧视方向第 256 层



(a) 模型图



(b) 螺旋 FBP 方法

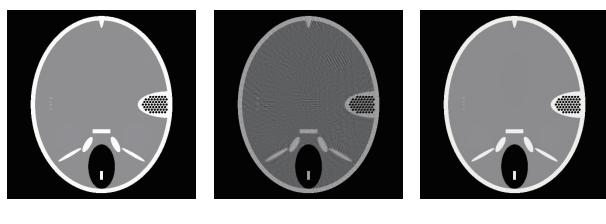


(c) 文章所提方法

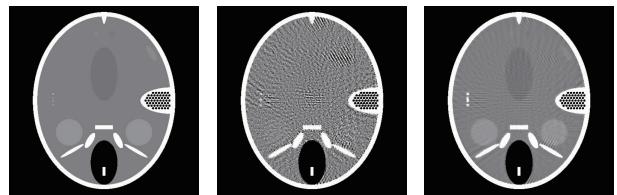
图 4 重建结果主视方向第 256 层

中分别使用 Chambolle 方法与最速下降法对 TV 进行求解。最速下降法使用的参数来自于文献[7],而 Chambolle 方法使用 3.1 节所述的参数。

首先分析两种方法的重建质量,图 5 显示了分别使用这两种方法重建的结果,对比图 5(b)和(c)可看出,在迭代次数相同的情况下,Chambolle 法的效果明显好于最速下降法。而图 6 则是在窗宽 $[1.0, 1.1]$ 设置下的显示结果,使用文章所提方法的



(a) 模型 (b) 最速下降法 (c) Chambolle 方法
图 5 不同方法求解 TV 的结果

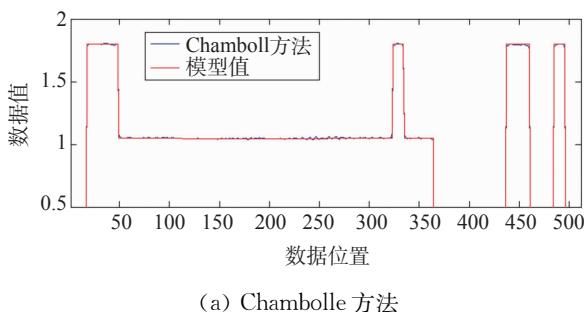


(a) 模型 (b) 最速下降法 (c) Chambolle 方法
图 6 不同方法求解 TV 的结果在窗宽[1.0,1.1]下的显示结果

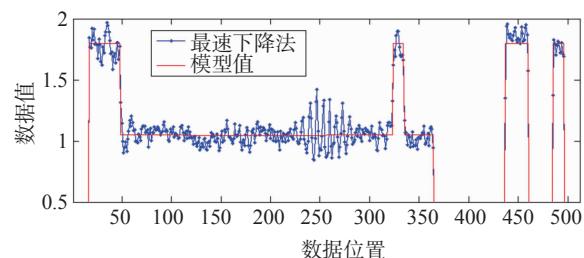
密度分辨率高于最速下降法的结果。

同时,如图 7 所示,分别将原图以及两个重建图的第 256 行数据画出,以对比数据的准确性。另外引入两种常用的图像质量判定标准:归一化平均绝对距离和归一化均方根距离,用于两者的对比评判,同时记录了两者重建的时间耗费,如表 2。

另一方面,对比两者的计算速度。从表 2 可以看出,两者重建时间差异巨大。之所以在不同的设备上完成,这是由于如 3.2 所分析,最速下降法的算法步骤中两个重要部分均是串行的计算过程,无法在 GPU 上并行实现,所以只能使用 CPU 计算,因此计算速度远低于



(a) Chambolle 方法



(b) 最速下降法

图 7 两种 TV 求解方法的重建数据对比

表 2 图像质量评判及计算耗时

方 法	归一化平均 绝对距离	归一化均 方根距离	计算耗时 /ms
Chambolle 法	0.007 613	0.037 997	4 390(GPU)
最速下降法	0.066 093	0.144 388	89 703(CPU)

高度并行的 Chambolle 方法,两者的速度比达到了 20.43。

4.3 实际 CT 数据试验

使用文章所提的方法对一个涡轮叶片(图 8)进行了 CT 扫描。试验系统参数如下:射线源至转轴距离 480 mm、探测器单元宽度 0.25 mm、转轴至探测器距离 780 mm、采样角度数 70、探测器单元数 800、二维投影行数 909、积分时间 20 ms、行合并数 2。扫描耗时约 44 min,其中探测器采样时间为 42 min(积分时间×行合并数×投影行数×投影角度数),重建图像大小为 800×800×906。图 9 分别列出了由两种方法求解 TV 的重建结果。从图中可以看出,涡轮叶片的各节齿形结构清晰,其轴向的分辨率满足了实际的需求,并且使用 Chambolle 方法的图像效果更好。

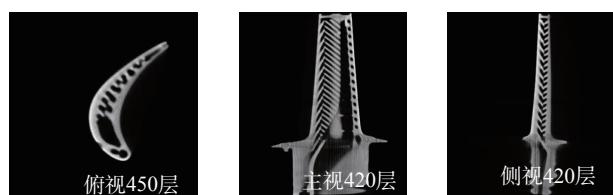
以上没有使用螺旋扇束对叶片扫描进行对比试验,是基于对扫描时间和图像质量的综合考虑:



图 8 涡轮叶片照片



(a) Chambolle 方法



(b) 最速下降法

图 9 实际 CT 数据的重建结果

(1) 若使用和 4.3 节中相同的采样参数,那么在同样的检测部位对叶片做一个 300 层螺旋,每层采样 720 个的扫描需要耗时约 144 min,而与此同时,根据其轴向的采样数,分辨率大约为文章方法的 1/3(即 $300/909 \approx 0.33$)。

(2) 若要减少扫描时间,则只能降低积分时间或者减少螺旋数等,而这样会引起图像质量下降以及分辨率降低等问题。

因此在上述因素的影响之下,仅用了文章的方法采集了实际的 CT 数据。

5 结论

文章采用一种基于线阵多角度的二维扫描数据用以三维重建,这种方法与以往的线阵三维成像的扫描模式相比,具有更高的轴向分辨率以及更短的扫描时间,并且由于直接对三维图像进行迭代重建,减少了扇束平面与转轴不垂直给逐层重建带来的误差。同时,使用了三维格式的 ROF 模型作为 TV 最小化的目标函数,并且基于具有高度并行性的 Chambolle 方法对其进行求解。与传统的最速下降法相比,这种方法不但收敛速度更快,而且适用于并行计算设备,能较大地减少计算时间。

进一步的工作可以考虑设计采样视角的分布策略,以期待进一步地减少扫描时间以及更好地提高成像效果等。

参考文献:

[1] 张慧滔,张朋.利用 GPU 实现单层螺旋 CT 的三维图

- 像重建[J].电子学报,2010,39(1):76—80.
- [2] Sidky Emil Y, Kao Chien-Min, Pan Xiaochuan. Accurate image reconstruction from few-views and limited-angle data in divergent-beam CT[J]. Journal of X-Ray Science and Technology,2006,14(2):119—139.
- [3] Rudin L I, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms[J]. Physica D, 1992(60):259—268.
- [4] Chambolle A. An algorithm for total variation minimization and applications[J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision,2004(20):89—97.
- [5] Zhao Xing, Hu Jing-Jing, Zhang Peng. GPU-based 3D cone-beam CT image reconstruction for large data volume[J]. Journal of Biomedical Imaging,2009(3):8.
- [6] 王亮,张朋.扇束 CT 几何伪影的校正方法[J].电子学报,2011,39(5):1143—1149.
- [7] Yu H, Wang G. Sart-type image reconstruction from a limited number of projections with the sparsity constraint[J]. Journal of Biomedical Imaging,2010(3):1—9.
- [8] Ludwig Ritschl, Frank Bergner. Improved total variation-based CT image reconstruction applied to clinical data[J]. Physics in Medicine and Biology, 2011, 56 (6):1545.
- [9] 邹晶,孙艳勤,张朋.由少量投影数据快速重建图像的迭代算法[J].光学学报,2009,29(5):1198—1204.
- [10] Wei Xu, Mueller K. A performance-driven study of regularization methods for GPU-accelerated iterative CT[C]. 2nd High Performance Image Reconstruction Workshop, Beijing:2009.

2012 年 ASNT Ⅲ 级培训班通知

经与美国无损检测学会(ASNT)商定,中国机械工程学会无损检测分会将于 2012 年 9 月 11—12 日在学会秘书处所在地,上海市辉河路 100 号 3 号楼 6 楼,举办 2012 年 ASNT Ⅲ 级考试班。

为了满足参加 ASNT 培训和考试的学员学习、消化的需要,中国机械工程学会无损检测分会决定于 2012 年 8 月 14—25 日,即在考试之前的一个月左右,在学会秘书处举办 ASNT Ⅲ 级培训班。届时,学会将邀请已取得 ASNT Ⅲ 级证书,有丰富教学经验的老师担任培训班教师,中文授课,教材为中文附英文习题。欢迎拟参加 ASNT Ⅲ 级考试班的学员踊跃报名参加。时间安排如下:

8 月 13 日 报到

8 月 14—16 日 基础

8 月 17—19 日 RT

8 月 20—22 日 MT/PT

8 月 23—25 日 UT

培训费用:每项方法 800 元/考卷,含资料费。

学员的食宿自理,学会秘书处可协助提供就近的食宿信息。

联系人:朱亚青,王莹赟;地址:上海市辉河路 100 号 6 楼;邮编:200437;电话/传真:021-65550277,021-55057699;手机:朱亚青 13601691591,王莹赟 13817155883, E-mail: chsndt@sh163.net; chsndt2008@163.com。

请学员随时关注网站(www.chsndt.com)信息的变化,以最新信息为准。

(中国机械工程学会无损检测分会)