

工业 CT 图像重建的 ART 算法研究

张顺利^{1,2}, 张定华¹, 赵歆波¹, 王 凯¹

(1. 西北工业大学 现代设计与集成制造技术教育部重点实验室, 西安 710072;

2. 咸阳师范学院 图形图像处理研究所, 咸阳 712000)

摘 要:工业 CT 是一种先进的无损检测手段。传统的滤波反投影算法(FBP)要求完备的投影数据,而实际检测中往往由于客观原因无法获得完全的投影数据。针对不完全投影的数据重建问题,提出了利用代数重建法(ART)进行图像重建。分析了影响 ART 算法的重建速度和重建质量的因素,通过仿真实验对两种算法的重建质量进行了比较。结果表明,在投影数据不完备时,ART 算法的重建质量要优于 FBP 算法。

关键词:工业 CT;信号处理;图像重建;代数重建法;滤波反投影法

中图分类号: TG115. 28; TN919. 8

文献标识码: A

文章编号: 1000-6656(2007)08-0453-04

Research on ART of Image Reconstruction Method for ICT

ZHANG Shun-li^{1,2}, ZHANG Ding-hua¹, ZHAO Xin-bo¹, WANG Kai¹

(1. Key Laboratory of Contemporary Design & Integrated Manufacturing Technology of Ministry of Education, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. Institute of Graphics and Image Processing, Xianyang Normal University, Xianyang 712000, China)

Abstract: Industrial computed tomography (ICT) is an advanced means for nondestructive testing. Traditional filtered backprojection (FBP) method required complete projection data, which were often difficult or even impossible to acquire for objective reasons. The algebraic reconstruction technique (ART) was proposed to reconstruct image from incomplete projection data. The factors influencing reconstruction speed and quality of ART were analyzed, the reconstruction quality of the two methods was compared by simulation experiments. The results showed that the reconstruction quality of ART was better than FBP when the projection data were incomplete.

Keywords: Industrial CT; Signal processing; Image reconstruction; Algebraic reconstruction technique; Filtered backprojection method

工业 CT (ICT) 是计算机断层扫描技术在工业领域的应用。ICT 检测不受物体的材料、形状和表面状况的影响,可以精确给出检测物体的横断面图像,是一种有效的无损检测手段^[1]。

现阶段的实用 ICT 系统多采用完全投影数据重建的滤波反投影法 (FBP),而实际检测中由于客

观原因无法或很难检测到完全的投影数据,该算法将无能为力。代数重建方法 (ART) 将图像重建问题转化为求解线性方程组。当投影数据不完全时,可以把丢失的数据看作是缺少了几个方程。这就在某种程度上忽略了数据不全的问题,因而适于不能获得完整投影数据场合的图像重建。代数重建法的最大缺点是重建速度较慢,不能用硬件实现。近年来众多学者针对重建速度慢的问题进行了大量的研究,取得了明显的加速效果^[2-4]。笔者对影响 ART 算法的重建速度和重建质量的因素进行了分析,并通过仿真实验对两种算法的重建质量作了对比分析。

收稿日期: 2006-12-25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50375126); 航空基金资助项目 (2006ZD53047); 陕西省教育厅科研基金资助项目 (07JK425); 咸阳师范学院科研基金资助项目 (06XSYK211)

作者简介: 张顺利 (1973-), 男, 博士研究生, 研究方向为工业 CT、图形图像处理。

1 ART 算法原理

设 $f(x, y)$ 为被测物体某断面的线性衰减系数分布函数。当入射强度为 I_0 的单色射线穿过物体时,探测器检测到的射线强度为 I ,且服从比尔定理^[5],即 $I = I_0 \cdot \exp[-\int f(x, y) ds]$ 。令 $p = \ln(I_0/I) = \int f(x, y) ds$,称 p 为射线穿过物体的投影值。可见射线穿过物体的投影值 p 是 $f(x, y)$ 沿射线路径的线积分值。所谓图像重建就是如何由各个方向不同位置的投影值来得到函数 $f(x, y)$ 。

ART 算法本身属于级数展开法,一开始就在离散域中进行。首先把问题离散化,即将重建区域划分为一个 $n \times n$ 的正方形网格,在每个网格内 $f(x, y)$ 是常量。 f_j 代表第 j 个网格(像素)内的常数值, $N = n \times n$ 为像素总数。根据成像的物理过程和相应的数学模型,建立重建图像和投影数据之间关系的代数方程组,图像重建问题就转化为解该方程组。

$$p_i = \sum_{j=1}^N w_{ij} f_j \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (1)$$

式中 p_i ——对应于第 i 条射线的投影值;

w_{ij} ——权因子,反映了第 j 个像素对第 i 条射线投影值的贡献;

M ——投影总数。

式(1)用矩阵可表示为 $\mathbf{P} = \mathbf{W}\mathbf{F}$,其中 $\mathbf{P}$ 为 M 维测量向量, $\mathbf{F}$ 为 N 维图像向量, $\mathbf{W}$ 为 $M \times N$ 维投影矩阵。图像重建的任务就是如何由 $\mathbf{W}$ 和 $\mathbf{P}$ 求 $\mathbf{F}$ 。通常 M 和 N 都很大,因此很难用一般的矩阵理论来解方程组,通常采用迭代的方法。迭代公式为:

$$f_j^{(k+1)} = f_j^{(k)} + \lambda \frac{p_i - \sum_{n=1}^N w_{in} f_n^{(k)}}{\sum_{n=1}^N w_{in}^2} w_{ij} \quad (2)$$

式中 k 为迭代序号, $1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N, \lambda$ 为松弛因子 ($0 < \lambda < 2$)。反复计算式(2),对图像进行校正,直到满足一定的收敛条件。

2 算法的影响因素分析

2.1 初值

ART 算法是一个反复迭代的过程,在迭代之前必须给定迭代初值 $\mathbf{F}^{(0)}$ 。当 $M < N$ 时,式(1)有无穷解,Tanabe^[6]已经证明,上述迭代过程将收敛到解 $\mathbf{F}$,且满足 $\|\mathbf{F} - \mathbf{F}^{(0)}\|$ 最小。由此可见,为得到满意的重建图像,初值 $\mathbf{F}^{(0)}$ 不能偏离原始图像太大。实际中可以用其他方法(如卷积法或反投影法)的输出结果作为 ART 算法迭代的初值,而一种更有效的方法是用均匀灰度图像作为初值,即取 $\mathbf{F}^{(0)} = \frac{1}{NK} \sum_{i=1}^N p_i$,其中 K 为投影角数。

2.2 权因子

权因子 w_{ij} 的计算是影响 ART 算法重建速度的主要原因,其计算取决于具体的重建模型^[7]。模型 1 将权因子定义为射线束穿过网格的面积与网格面积之比,该模型重建质量高,但权因子计算最为费时,因而重建速度最慢。模型 2 将权因子定义为 0 或 1,取决于网格中心是否包含在射线束内,其特点是计算速度快,但重建图像有严重的椒盐噪声。模型 3 将射线束看作很窄的射线,权因子定义为射线穿过网格的长度,可以实现快速计算,所以重建速度快且重建质量高。

2.3 松弛因子

松弛因子 λ 的重要性已在文献中被多次强调,目前,仍然没有一个最好的选择值。通常认为 λ 的选择值取决于以下因素:最终的重建目的、数据采集的方式、测量的噪声特征和欲重建的迭代次数等。若选取过小,则收敛过慢,重建图像模糊;若 λ 选取过大,则图像的校正较大,重建图像会出现大的偏差;合适的 λ 值不但可以减少迭代次数,而且可以提高重建质量。大量实验表明,若投影数比较小时, λ 可以取 0.1~0.4;若投影数较大时,可以选取稍小的 λ 值;若噪声较大时,也可以选小的 λ 值。

2.4 投影数据的访问方式

投影数据的访问方式是指将扫描得到的投影数据按投影角度或其他规则排列次序,然后以经过排序的投影数据来反复投影迭代进行图像重建,其本质是降低相邻方程之间的相关性,使各方程所在的超平面在投影过程中尽可能地正交,从而加速收敛过程。一般按以下两条原则安排投影访问次序^[8]:

(1) 一系列被连续访问的投影角度应该在视角范围内尽可能均匀分布。

(2) 被访问的投影角度不能在某些角度附近出现聚集现象。

目前已经提出了多种投影数据的访问方式,如 Herman 和 Meyer 提出了质数分解法^[2](PND),Guan 和 Gordon 提出了一种多层访问方式^[9](MLS),Mueller 提出了加权距离访问方式^[10](WDS)等。这些访问方式并没有给出严密的理论证明,其有效性主要是通过实验方法来验证的。

3 重建质量对比分析

为了验证 ART 算法的重建精度,设计了仿真模型,该模型由一系列圆构成,圆的几何参数及密度值见表 1 所示。图 1 为该模型的二维灰度分布

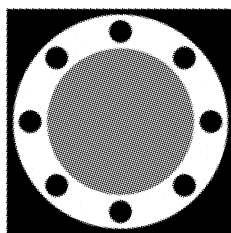


图 1 仿真模型

图。仿真实验采用平行束投影,投影数据根据仿真模型由解析法生成,重建图像大小为 256×256 像素。

表 1 仿真模型参数

序号	中心坐标/(cm, cm)	半径/cm	密度/ $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$
1	(0.0, 0.0)	0.95	1.0
2	(0.0, 0.0)	0.65	0.5
3	(0.8, 0.0)	0.10	0.0
4	(0.565 7, 0.565 7)	0.10	0.0
5	(0.0, 0.8)	0.10	0.0
6	(-0.565 7, 0.565 7)	0.10	0.0
7	(-0.8, 0.0)	0.10	0.0
8	(-0.565 7, -0.565 7)	0.10	0.0
9	(0.0, -0.8)	0.10	0.0
10	(0.565 7, -0.565 7)	0.10	0.0

3.1 完全投影数据重建

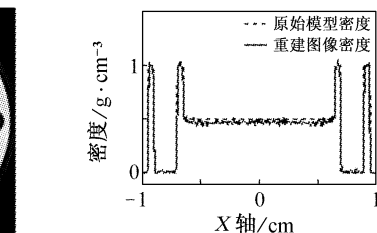
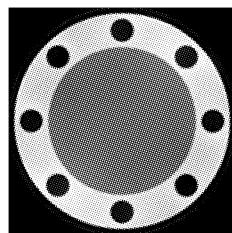
在 $0 \sim 180^\circ$ 范围内每隔 1° 均匀采样,获取完全投影数据。实验中 ART 算法的迭代次数为 3,松弛因子 $\lambda = 0.2$,初值 $\mathbf{F}^{(0)} = 0$ 。图 2 的左侧分别为 ART 算法和 FBP 算法的重建图像,右侧分别为重建图像和原始模型中第 128 行的密度曲线图。

由图 2 可见,在投影数据完全时,ART 算法和 FBP 算法重建图像中第 128 行的密度曲线几乎与仿真模型的密度曲线重合,所以两种算法的重建质量相当。

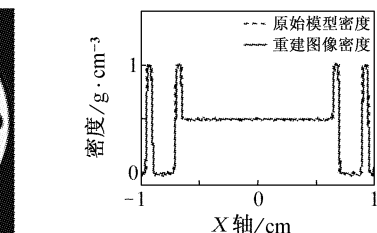
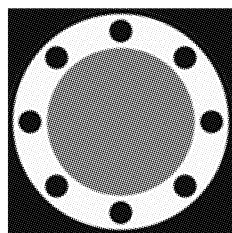
3.2 稀疏投影数据重建

在实际检测中,为了降低扫描成本或实现快速图像重建,需要在极短时间内采集稀疏的投影数据。为此在 $0 \sim 180^\circ$ 范围内每隔 5° 均匀采样,获取 36 个投影来重建,图 3 为两种算法的重建结果。

由于 FBP 算法对投影数据的完备性要求较高,所以在投影数据缺失较多时,重建图像中出现了严重的伪影,重建图像的密度曲线也严重偏离原始模型的密度曲线。相比之下,ART 算法的重建图像伪

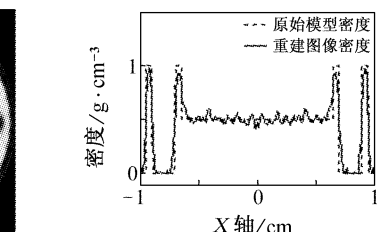
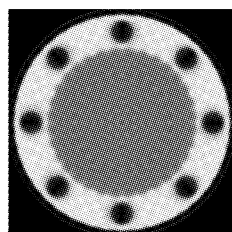


(a) ART 算法

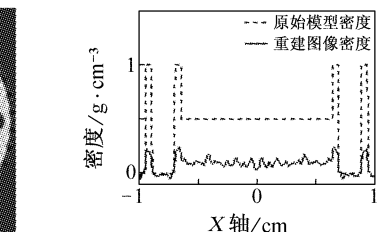
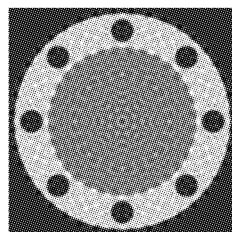


(b) FBP 算法

图 2 投影数为 180 时的重建结果



(a) ART 算法



(b) FBP 算法

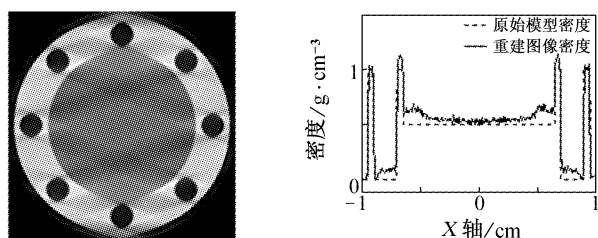
图 3 投影数为 36 时的重建结果

影较小,特别是重建图像的密度曲线基本反映了模型的密度曲线。

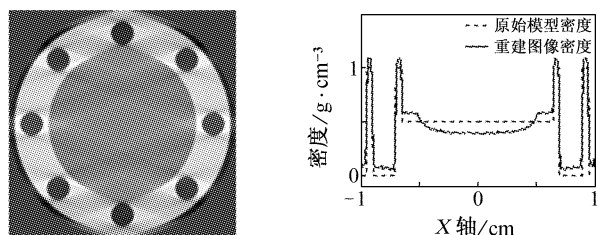
3.3 视角受限投影数据重建

该情况往往是被检测对象在某些角度比较狭长,无法通过这些角度进行扫描,从而造成了这些角度投影数据的缺失。为此在 $0 \sim 180^\circ$ 范围内取 140 个视角,中间 40° 无投影,其余角度每隔 1° 均匀采样,重建结果见图 4。

由于部分视角的投影数据缺失,所以两种算法的重建图像均出现了一定程度的畸变,但比较重建



(a) ART 算法



(b) FBP 算法

图 4 中间缺失 40 个投影时的重建结果

图像的密度曲线可以看出,ART 算法的重建质量要优于 FBP 算法。

4 结论

综上所述,在投影数据完全时,ART 算法的重建质量至少与 FBP 算法相当。当投影数据不完全时,ART 算法的重建质量要优于 FBP 算法。这对实现工业 CT 不完全投影的图像重建具有重要的意义。尽管 ART 算法的速度已得到明显提升,但仍然不能满足实时检测的需要,因而提高该算法的重建速度和重建质量仍是今后研究的重点。

参考文献:

- [1] 先武,李时光,王珏. 最佳无损检测手段——工业 CT 技术的发展[J]. 光电工程,1995,22(4):52—57.
- [2] Herman G T, Meyer L B. Algebraic reconstruction can be made computationally efficient[J]. IEEE Trans Med Image,1993,12(3):600—609.
- [3] 秦中元,牟轩沁,王平,等. 一种内存优化的代数重建算法及其快速实现[J]. 电子学报,2003,33(6):1327—1329.
- [4] 张顺利,张定华,李山,等. ART 算法快速图像重建研究[J]. 计算机工程与应用,2006,42(24):1—3.
- [5] 庄天戈. CT 原理与算法[M]. 上海:上海交通大学出版社,1992.
- [6] Tanabe K. Projection method for solving a singular system[J]. Numer Math,1971,(17):203—214.
- [7] 张顺利. ART 算法几种重建模型的研究和比较[J]. 航空计算技术,2005,35(2):39—41.
- [8] Klaus Muller. Fast and accurate three-dimensional reconstruction from cone-beam projection data using algebraic methods[D]. USA: The Ohio State University,1998.
- [9] Guan H, Gordon R. A projection access order for speedy convergence of ART: a multilevel scheme for computed tomography Phys Med Biol[J]. 1994,(39): 2005—2022.
- [10] Mueller K, Yagel R, Cornhill J F. The weighted distance scheme: a globally optimizing projection ordering method for ART[J]. IEEE Transaction on Medical Image,1997,16(2):223—230.

第一届北京无损检测新技术学术交流会议征文通知

由北京市机械工程学会无损检测分会主办,中国特种设备检测研究中心承办,北京中检希望科技有限公司协办的第一届北京无损检测新技术学术交流会议定于 2007 年 10 月下旬召开(会议时间和地点另定)。现进行征文,征文内容:

• 无损检测新理论、新技术、新方法、新工艺等的研究;

- 无损检测新仪器、新设备、新器材等的研制;
- 常规无损检测技术的应用研究;
- 无损检测新技术的应用研究;
- 无损检测新标准及应用;
- 国内外无损检测技术发展动态;
- 特种设备检测、诊断与综合评价技术。

论文征集截止日期为 2007 年 9 月 15 日。会议将组织有关专家作技术研究和设备研制方面的专题报告,会议期间还将举办无损检测仪器、设备、器材展示会。热诚欢迎从事无损检测技术研究、设备与器材研制生产的专家、学者、工程技术人员踊跃撰稿,积极参加。

联系地址:北京市和平街西苑 2 号 C318,中国特种设备检测研究中心;邮编:100013;电话:010-84287384,010-84275588-8381;传真:010-84276523;联系人:丁克勤,吴彦,赵莹莹;E-mail: bjndt2007@sina.com,kerenking@163.com。

(北京市机械工程学会无损检测分会)