

# 基于小波时频分析的疲劳损伤定量表征

林丛林, 方 舟

(福州大学 电气工程与自动化学院 无损检测与评价实验室, 福州 350108)

**摘 要:** 许多机械部件中的圆管结构长期在交变应力的工况下服役, 容易出现疲劳裂纹, 最终导致材料失效酿成事故。非线性超声能够表征疲劳裂纹的损伤程度, 而表征损伤程度的非线性系数的提取方法尤为重要。提出一种基于小波变换的时频信号处理方法用以提取疲劳裂纹产生的非线性信号并以此计算非线性系数。首先, 分析了多种小波基进行小波变换处理后得到的非线性系数间的量化关系; 其次, 利用仿真得到带有疲劳裂纹的圆管中的非线性超声导波信号, 比较各类非线性系数提取方法得到的不同频率分量幅值随时间变化的信息; 最后, 建立疲劳裂纹损伤程度与各类方法得到的非线性系数间的量化关系。试验结果表明, 所提方法得到的非线性系数能够更好地表征疲劳裂纹的损伤程度。

**关键词:** 疲劳裂纹; 小波变换; 非线性系数; 有限元仿真

中图分类号: TG115.28

文献标志码: A

文章编号: 1000-6656(2024)10-0027-07

## Quantitative characterization of fatigue damage based on wavelet time-frequency analysis

LIN Conglin, FANG Zhou

(Nondestructive Testing and Evaluation Laboratory, College of Electrical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China)

**Abstract:** In many mechanical components, cylindrical structures are often subjected to alternating stress conditions, making them susceptible to fatigue cracks, ultimately leading to material failure and accidents. Nonlinear ultrasound can characterize the damage degree of fatigue cracks through a nonlinear coefficient, accurately extracting the fundamental frequency and second harmonic from the signal is crucial. This paper proposed a time-frequency signal processing method based on wavelet transform to extract the fundamental frequency and second harmonic signals. Firstly, the quantitative relationship between the nonlinear coefficients obtained by wavelet transform processing on various wavelet bases and the degree of fatigue crack damage was analyzed. Secondly, the simulation was used to obtain the nonlinear ultrasonic guided wave signal in the circular tube with fatigue cracks, and the nonlinear coefficients calculated by other time-frequency analysis methods were compared. Finally, a quantitative relationship between the fatigue crack damage degree and the nonlinear coefficients obtained by various methods was established, proving that the nonlinear coefficients calculated by the proposed method can better characterize the fatigue crack damage degree.

**Key words:** fatigue crack; wavelet transform; nonlinear coefficient; finite elements simulation

收稿日期: 2024-08-15

基金项目: 国家自然科学基金(52205557); 福建省国家自然科学基金(2023J05107)

作者简介: 林丛林(1999—), 男, 本科, 主要研究方向为超声导波无损检测与评估

通信作者: 方 舟(1988—), 男, 副教授, 主要研究方向为超声导波无损检测与评估以及智能传感器设计, fz@fzu.edu.cn

液压油管以及高速列车车轴等圆管结构长期在交变应力的工况下服役, 应力集中的位置容易出现裂纹, 最终造成管道失效<sup>[1]</sup>。超声导波作为一种快速、简便、长距离的无损检测方法, 广泛应用于圆管结构的缺陷检测。传统的线性超声对疲劳裂纹不敏感, 而非线性超声对疲劳裂纹有较高的灵敏度<sup>[2-5]</sup>。LIM<sup>[6]</sup>等研究了二次谐波的产生需要满足的

必要条件,即基频和二倍频的导波相速度相近和非零能流。PRUELL等<sup>[7]</sup>基于纵向导波波动方程,根据非线性应力-应变关系,求解出了二次谐波的理论大小,并提出了非线性大小的指标。HONG等<sup>[8]</sup>利用PRUELL提出的非线性指标,研究了板中Lamb波与疲劳裂纹作用下非线性指标的变化规律,表明非线性超声导波在疲劳裂纹检测中具有良好的应用潜力。

然而,上述研究提出的利用接触非线性衡量疲劳裂纹损伤程度的方法,虽然在一定程度上有效,但是传统的利用快速傅里叶(FFT)获取谐波信息计算非线性指标的方法难免会受到其他噪声信号的影响。GUAN等<sup>[9]</sup>使用短时傅里叶(STFT)分析圆管结构中的导波信号,并将其中的基频信号与二次谐波信号提取出来计算非线性指标。该方法可以有效排除其他时间位置处的噪声信号。但短时傅里叶由于加窗的窗口长度不可调,会损失部分有用的时域信息。

文章针对上述不足,在利用接触非线性表征疲劳裂纹损伤程度的基础上,提出一种新的计算非线性指标的方法。利用小波变换对信号进行时频分析,提取其中的基频和二倍频的频率分量用于计算非线性指标。为了验证该方法的有效性,对不同长度疲劳裂纹的圆管有限元模型中的超声导波信号进行时频分析,比较不同方法计算出的非线性指标的大小,以此衡量不同方法对疲劳裂纹的敏感程度。结果表明,所提方法与传统的快速傅里叶和短时傅里叶相比,对疲劳裂纹更加敏感。

## 1 基本理论

### 1.1 接触非线性的表征

非线性的机制复杂,有时类似的非线性效应可以通过不同的物理机制表现出来<sup>[10]</sup>。其中,经典非线性弹性力学和CAN(接触声学非线性)普遍存在于具有初始疲劳裂纹和腐蚀坑等微尺度损伤的工程结构中,并且通常同时存在。此外,当接触非线性与材料非线性共同存在时,由微裂纹引起的非线性要比材料非线性对导波造成更明显的非线性扰动<sup>[11]</sup>,因此接下来将着重介绍接触非线性。

在金属管道服役期间产生的疲劳损伤,会由于金属内部交变载荷产生的微空洞相互聚合,形成微裂纹。超声波与微裂纹界面相互作用时,传播特性会发生变化,这种现象称为接触非线性<sup>[12]</sup>。当超声

波传播导致的质点位移处于拉伸状态时,微裂纹的界面会张开,此时导波无法传播过去,而质点位移处于压缩状态时,微裂纹的界面又会闭合,此时导波可以传播,就导致了接触非线性的产生,这种现象称之为呼吸作用<sup>[13]</sup>。因此,在损伤尖端附近的塑性形变区内,会产生较为强烈的非线性扰动<sup>[14-17]</sup>。非线性扰动会导致超声导波中出现高次谐波,因此可以通过时频分析导波检测信号中的倍频分量来判断导波传播过程中是否受到了非线性扰动。而衡量接触非线性,则需要在此引入非线性声学指标<sup>[18]</sup>,该指标广泛应用于板中的非线性评测,可表示为

$$\beta = \frac{S_{2f}}{S_{1f}^2} \quad (1)$$

式中: $S_{1f}$ 为基频的幅值; $S_{2f}$ 为二次谐波幅; $\beta$ 为非线性指标。

另外,超声导波在与疲劳裂纹作用下会发生模态转换,产生多种模态的导波,影响对特定模态的分析。同时,相比于板状结构,圆管结构具有特殊性,除了对称模态以外,还会有弯曲模态产生,各模态波包相互影响的问题更加严重。此外,由于各个模态的群速度接近,一旦激励传感器和接收传感器距离较近,接收到的信号会出现许多重合在一起的波包,难以从中提取谐波分量,最终影响非线性指标计算的准确性。

为准确计算非线性指标,文章使用小波变换时频分析的信号处理方法,提取其对应基频和二倍频分量的第一个波包的峰值计算非线性指标。基于小波变换的非线性指标可表示为

$$\beta' = \frac{S'_{2f}}{S'^2_{1f}} \quad (2)$$

式中: $\beta'$ 为新的非线性指标; $S'_{2f}$ 和 $S'_{1f}$ 分别为小波变换后基频和二倍频频率分量的第一个波包的峰值。

### 1.2 基于小波变换的特定频率提取方法

采用所提方法计算非线性系数时,首先对接收到的超声导波信号进行小波变换,获得各个频率分量的信息;再确定基频和二倍频的频率,从小波变换后的信号中提取出对应频率的切片信号;最后根据切片信号,定位直达波的位置,从直达波中获得基频和二倍频的峰值,代入式(2)中计算非线性指标。

小波变换的数学表达式为

$$W(a,b)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)dt \quad (3)$$

式中:  $W(a,b)$  为小波系数;  $x(t)$  为原始信号;  $\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$  为小波母函数;  $a$  为尺度因子;  $b$  为时移参数。

小波系数是信号经过小波变换处理后的结果,包含了信号不同频率分量的信息,小波变换处理信号前后的结果对比如图 1 所示。

如图 1(a) 所示,所激励导波的中心频率为 1 000 kHz,当超声导波与疲劳裂纹相互作用时,将

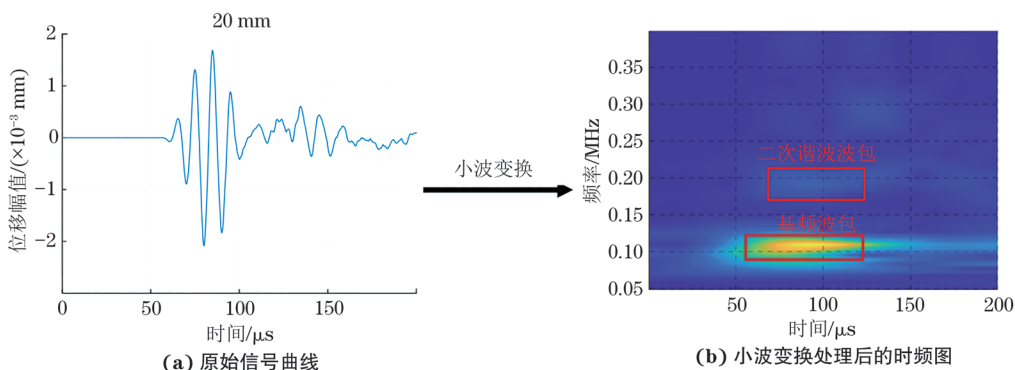


图 1 小波变换处理信号前后的结果对比

## 2 不同小波母函数的选择

影响小波母函数处理能力的一大因素是其波形,形状决定了其在时间和频率上的分布。窄的基函数处理信号时窗宽较窄,在时间上能提供更高的分辨率,而宽的基函数处理信号时窗宽更宽,能够获得更多的信息以利于分析该时间段内信号的频率组成部分,所以在频率上有更高的分辨率,而时间上的分辨率有所损失。此外,除了窗宽外,小波母函数的中心频率带宽也是决定其频率分辨率的重要因素,这是因为小波母函数的窗宽可以由尺度参数  $a$  进行调整,从而实现可变窗宽,而中心频率带宽则决定了不同小波母函数在相同窗宽下的频率分辨率。在文章讨论的圆管疲劳裂纹检测中,各模态波包相互影响,需要足够高的时频分辨率才能准确确定波包位置并从中提取基频最大值和二倍频最大值,因此需要选取时频分辨率都足够高的小波母函数才能保证非线性系数的准确。

笔者分析了不同小波母函数对疲劳裂纹大小以及裂纹扩展的敏感程度。其中,表征疲劳裂纹大小的指标是非线性指标的数值。需要注意的是,因为

产生频率为 2 000 kHz 的二次谐波。通过小波变换处理后的信号将包含各个频率分量幅值随时间变化的信息,其结果如图 1(b) 所示。再根据式(2),从时频谱中分别提取基频以及二倍频的频率分量,为了准确获取合适的  $S'_{2f}$  和  $S'_{1f}$ , 需要避免其余模态波包的影响,因此,选取的基频峰值  $S'_{1f}$  仅会从第一个波包中提取,二次谐波分量的峰值  $S'_{2f}$  按照相同的原则提取。通过这种方式得到不同大小疲劳裂纹的非线性指标,并将获得的非线性指标与其他方式计算得到的非线性指标进行对比,以此验证提出方法的有效性。

非线性指标是二倍频最大值与基频最大值的比率,所以没有单位。

### 2.1 仿真配置

首先在 Abaqus 仿真软件中建立 7 个外径为 17.5 mm,壁厚为 2 mm 的带有不同长度疲劳裂纹的铝管,裂纹长度以 5 mm 为步长,从 5 mm 到 35 mm 变化。为了引入疲劳裂纹,在 Abaqus 软件中的铝管裂纹上设置了“seam”,以此模拟疲劳裂纹的“呼吸效应”。同时,在 seam 裂纹上设置了面对面接触属性以实现接触非线性的仿真。铝管的长度均设置为 700 mm,具体的材料参数如表 1 所示。在管道的一端设置全加载的表面载荷以激励 L(M, 2) 模态的纵向导波。其中,疲劳裂纹设置在距离激励端 100 mm 处,接收点设置在距离缺陷 200 mm 处,并与

表 1 铝材料参数

项目	参数
弹性模量/GPa	68.9
密度/kg·m <sup>-3</sup>	2 700
泊松比	0.33
内径/mm	15.5
外径/mm	17.5



缺陷中心对齐,仿真配置和疲劳呼吸效应示意如图2所示。激励信号选取5周期汉宁窗脉冲信号,其表达式为

$$f(t)=A\sin\left(2\pi f_c t\right)\left[1-\cos\left(\frac{2\pi f_c t}{5}\right)\right] \quad (4)$$

式中: $A$ 为信号幅值; $f_c$ 为信号的中心频率。

## 2.2 小波母函数的优选

仿真激励信号的幅值设置为10,激励信号的中心频率为100 kHz。设置动态显式分析步长以分析超声导波在管道中的传播。管道模型根据六面体划分网格。不同的小波母函数得到的非线性指标对比

如图3所示。

首先从整体的斜率上看,bump小波得到的非线性指标变化率最大,说明裂纹扩展长度相同时,利用bump小波基函数处理信号得到的非线性指标最能反映这种变化。从局部的变化率来看,bump小波基函数依然优于其他小波基函数,虽然morse小波基函数计算得到的非线性指标对10~20 mm长度范围内的裂纹扩展更加敏感,但是在20~25 mm长度范围内,morse小波基函数得到的非线性指标反而出现了下降,这会造成裂纹大小的误判,因此笔者选取bump小波基函数作为最优的小波基函数。

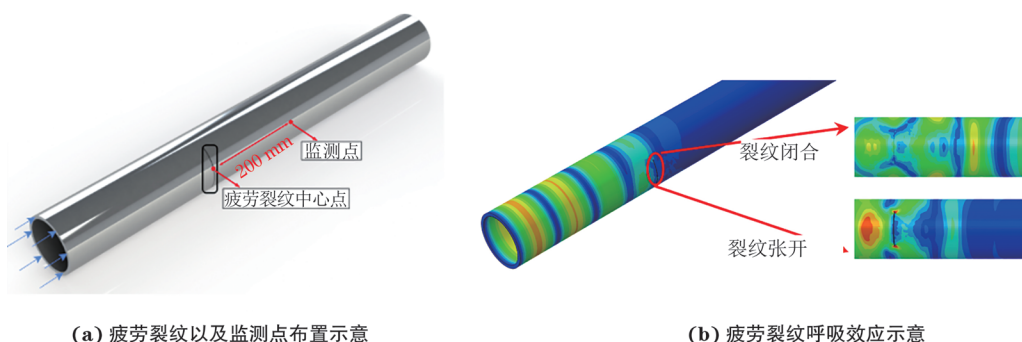


图2 仿真配置和疲劳呼吸效应示意

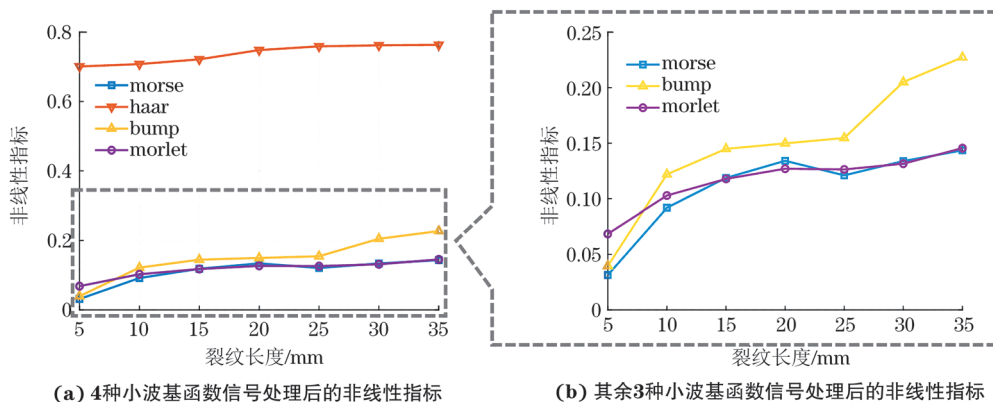


图3 不同小波母函数的非线性指标对比

值得注意的是,虽然haar小波基函数处理信号后得到的非线性指标幅值比其他小波基函数处理信号后得到的非线性指标都要大得多,但是由于haar小波基函数在中心频率带宽过高,频域分辨率很差,对于信号的时频域信息分解不如其他小波基函数。bump小波基函数与haar小波基函数信号处理后的时频信息如图4所示,可见,经过haar小波基函数处理后的时频信号图分离信号的能力偏弱,以激励信号中心频率100 kHz处为基准,周围的频率分量呈现线性下降的趋势,这说明haar小波没有很好地从信

号中提取出各个频率的幅值-时间的变化信息。

## 3 疲劳裂纹长度与非线性指标的量化关系

为确定疲劳裂纹的严重程度,有必要建立裂纹长度-非线性指标的量化关系,其对应关系应能够有效反映裂纹的损伤程度。文章利用裂纹长度-非线性指标的量化关系建立拟合曲线,以描述疲劳裂纹长度与非线性指标的对应关系。

笔者首先采取几种比较普遍的频域分析方法,对比其处理信号后,计算得到的非线性指标以及变

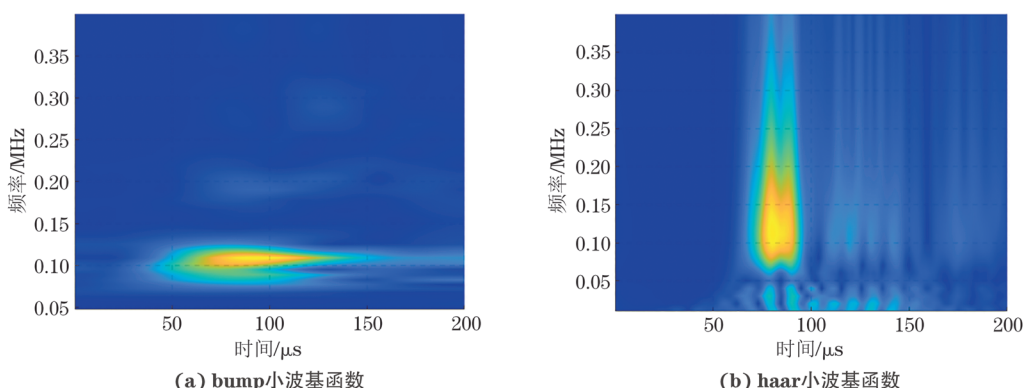


图4 bump小波基函数与haar小波基函数信号处理后的时频信息

化趋势,以从中选取效果最好的方法建立疲劳裂纹长度与非线性指标的最优量化关系。

### 3.1 小波变换与其他频域分析法的对比

笔者选取小波变换、短时傅里叶以及快速傅里叶这三种频域分析方法,研究对比了这三种方法处理信号后计算得到的非线性指标。仿真配置与前文相同。小波基函数选取上节各类小波基函数中效果最好的bump小波,短时傅里叶的窗宽设置为2 048,窗移为512,以保证足够的频域和时域分辨率。快速傅里叶完全损失了时域信息,因此直接从快速傅里叶的频域结果中提取基频和二倍频峰值用于计算非线性指标。快速傅里叶与短时傅里叶提取基频与二倍频峰值(用于计算非线性指标)示意如图5,6所示,

通过小波变换和短时傅里叶这两种方法提取基频幅值和二倍频幅值的原则与上文相同,即从第一个波包中提取对应频率的峰值。值得注意的是,由于短时傅里叶的加窗窗口长度不可调,会损失部分时域信息,图6中短时傅里叶的时域上截至160  $\mu\text{m}$ 。

### 3.2 不同方法得到的非线性指标对比

不同方法得到的非线性指标与疲劳裂纹大小的关系曲线如图7所示。从图7可以看出,快速傅里叶对5~10 mm长度的裂纹最为敏感,但是随着裂纹长度继续增加,其得到的非线性指标不仅没有继续反映裂纹的增长,还在15~20 mm和30~35 mm裂纹长度范围内出现了下降;短时傅里叶的结果虽然整体可以反映裂纹扩展的情况,但是在20~25 mm裂

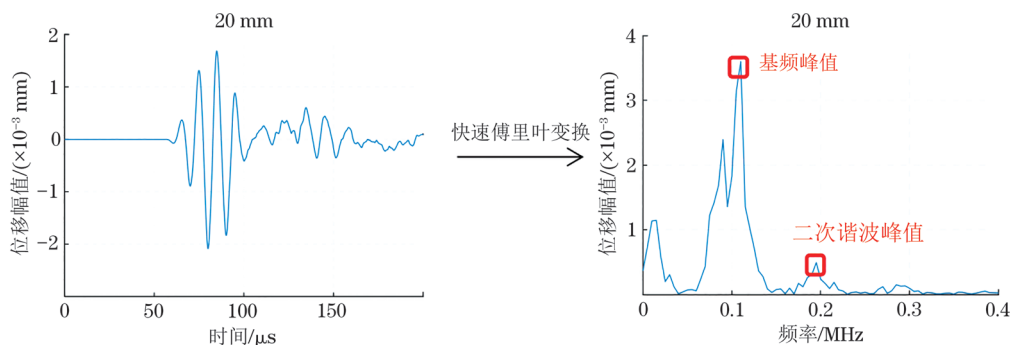


图5 快速傅里叶提取基频与二倍频峰值(用于计算非线性指标)示意

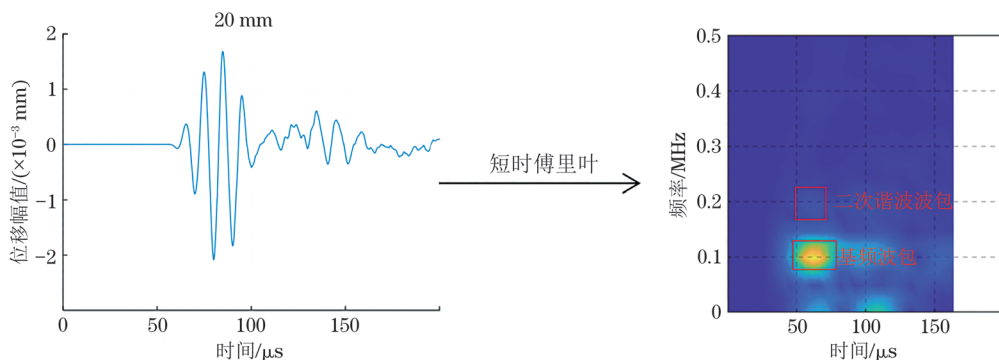


图6 短时傅里叶提取基频和二倍频峰值(用于计算非线性指标)示意

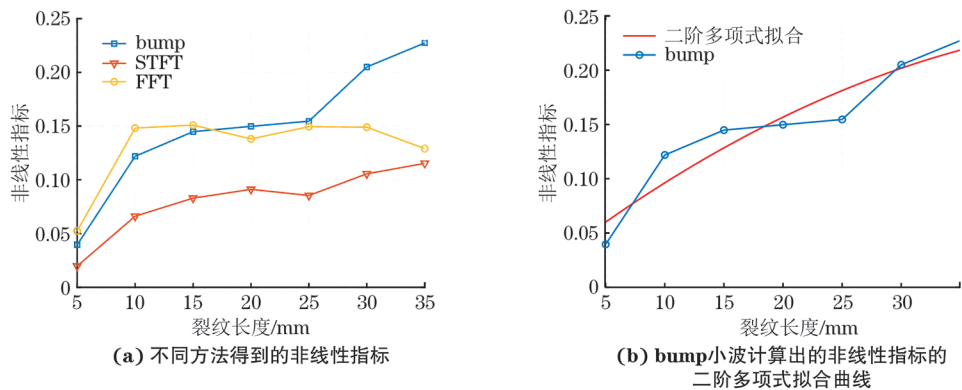


图7 不同方法得到的非线性指标与疲劳裂纹大小的关系曲线

纹长度的范围内出现了小幅下降,易造成裂纹长度的误判。对比快速傅里叶和短时傅里叶这两种方法,经过小波变换处理后的信号计算出来的非线性指标的变化率更加明显。

经过小波变换处理后计算得到的非线性指标相比短时傅里叶的结果数值更大,这主要是因为小波变换处理信号的窗宽是可调节的,可以更好地平衡时域和频域的分辨率,从而准确获得目标频率幅值随时间变化的信息。这种信息更丰富、准确,在多种模态导波互相影响的圆管结构中更有利于精准确定波包的位置并从中提取基频最大值和二倍频最大值,从而保证非线性指标的准确性。而快速傅里叶变换和短时傅里叶变换在时域分辨率方面相比小波变换的表现较差,因此无法达到小波变换的效果。说明文章提出的小波变换时频分析得到非线性指标的方法对裂纹的探测能力更强,也对裂纹的扩展更加敏感。

#### 4 结语

文章针对管道中超声导波模态复杂,难以有效计算非线性指标的问题,提出了使用小波变换分析信号时频信息的方法,该方法可以从导波信号中提取基频和二倍频峰值以计算非线性指标。首先,分析了不同的小波基函数对非线性指标的影响,从中优选了有效反映疲劳裂纹损伤程度的bump小波。随后,对比了小波变换、快速傅里叶、短时傅里叶三种方法计算出的非线性指标。三种方法计算出的非线性指标与疲劳裂纹的损伤程度之间的量化关系显示,小波变换时频分析得到的非线性指标更能有效反映疲劳裂纹的损伤程度。

#### 参考文献:

[1] 纪玉磊,海上平台压力管道常见损伤模式分析[J]. 化工

设计通讯, 2024, 50(1): 44-46.

- [2] CHEN Z H, LU W, CHEN Y, et al. Fatigue crack detection in AISI 304 austenitic stainless steel using nonlinear and linear ultrasonic testing methods[J]. Journal of Materials Engineering and Performance, 2020, 29(6): 4040-4046.
- [3] WANG R, WU Q, YU F M, et al. Nonlinear ultrasonic detection for evaluating fatigue crack in metal plate[J]. Structural Health Monitoring, 2019, 18(3): 869-881.
- [4] WANG P F, WANG W Q, ZHENG S L, et al. Research on residual life estimation method for KMN steel based on nonlinear ultrasonic testing[J]. Applied Sciences, 2021, 11(23): 11385.
- [5] SAMPATH S, JANG J, SOHN H. Ultrasonic Lamb wave mixing based fatigue crack detection using a deep learning model and higher-order spectral analysis[J]. International Journal of Fatigue, 2022, 163: 107028.
- [6] LIM H, SOHN H. Necessary conditions for nonlinear ultrasonic modulation generation given a localized fatigue crack in a plate-like structure[J]. Materials, 2017, 10(3): 248.
- [7] PRUELL C, KIM J Y, QU J M, et al. Evaluation of fatigue damage using nonlinear guided waves[J]. Smart Materials and Structures, 2009, 18(3): 035003.
- [8] HONG M, SU Z Q, WANG Q, et al. Modeling nonlinearities of ultrasonic waves for fatigue damage characterization: theory, simulation, and experimental validation[J]. Ultrasonics, 2014, 54(3): 770-778.
- [9] GUAN R Q, LU Y, WANG K, et al. Quantitative fatigue crack evaluation in pipeline structures using nonlinear cylindrical waves[J]. Smart Materials and Structures, 2019, 28(2): 025015.
- [10] YAN X L, WANG H P, FAN X Z. Research progress in nonlinear ultrasonic testing for early damage in metal

- materials[J]. Materials(Basel, Switzerland), 2023, 16(6): 2161.
- [11] ZHOU C, HONG M, SU Z Q, et al. Evaluation of fatigue cracks using nonlinearities of acousto-ultrasonic waves acquired by an active sensor network[J]. Smart Materials and Structures, 2013, 22(1): 015018.
- [12] ISHII Y, BIWA S, ADACHI T. Second-harmonic generation in a multilayered structure with nonlinear spring-type interfaces embedded between two semi-infinite media[J]. Wave Motion, 2018, 76: 28-41.
- [13] WANG K, LIU M L, SU Z Q, et al. Analytical insight into “breathing” crack-induced acoustic nonlinearity with an application to quantitative evaluation of contact cracks[J]. Ultrasonics, 2018, 88: 157-167.
- [14] ZHAO G Z, JIANG M S, LUO Y X, et al. Comparison of sensitivity in nonlinear ultrasonic detection based on Lamb wave phase velocity matching mode[J]. Nondestructive Testing and Evaluation, 2023, 38(2): 297-312.
- [15] LI W B, SHI T Z, QIN X X, et al. Detection and location of surface damage using third-order combined harmonic waves generated by non-collinear ultrasonic waves mixing[J]. Sensors (Basel, Switzerland), 2021, 21(18): 6027.
- [16] CHEN H X, ZHANG G Y, FAN D L, et al. Nonlinear Lamb wave analysis for microdefect identification in mechanical structural health assessment[J]. Measurement, 2020, 164: 108026.
- [17] JHANG K Y. Nonlinear ultrasonic techniques for nondestructive assessment of micro damage in material: a review[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2009, 10(1): 123-135.
- [18] GUAN R Q, LU Y, ZOU F X, et al. A simplified analytical model for the investigation of contact acoustic nonlinearity in pipe structures[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2021, 197: 106328.